**РАСЧЕТ ДИНАМИКИ ВЕТРОВЫХ ТЕЧЕНИЙ В ОЗЕРЕ ИССЫК-КУЛЬ**

Турдушев И.А.

Тел. 0 555 63 91 44; e-mail: [iliar.turdushev@gmail.com](mailto:iliar.turdushev@gmail.com)

Кыргызско-Российский Славянский Университет, Бишкек, Кыргызстан.

**Введение.** В общей постановке модель ветровых течений жидкости в водоеме описывается нестационарной начально-краевой задачей для системы нелинейных дифференциальных уравнений, которая может быть решена только численными методами [1]. Учитывая специфику озера Иссык-Куль, общая модель была упрощена [2]. Алгоритмы численного решения упрощенной модели используют представление горизонтального вектора скорости в виде суммы баротропной (интегральной) и бароклинной составляющих [1]. В настоящей работе приводится разностная схема для расчета интегральных составляющих скорости *U* и *V*, изучаются ветровые режимы, которые могут действовать над акваторией озера Иссык-Куль.

**Постановка задачи.** Рассматривается следующая система дифференциальных уравнений для определения интегральных составляющих *U* и *V* горизонтальных компонент вектора скорости [3]:







Где  – двумерная область, описывающая поверхность водоема;  – граница области . В системе уравнений - используются следующие обозначения:  и  – интегральные составляющие горизонтальных компонент вектора скорости;  – давление на невозмущенной поверхности ;  описывает рельеф дна водоема;  – компоненты касательного напряжения трения ветра;  - сила Кориолиса;  – среднее значение плотности;  – параметр, характеризующий трение о дно водоема;  – вектор внешней нормали к границе области .

**Разностная схема для задачи -.** Разностная схема для задачи - строится в два этапа. На первом этапе производится аппроксимация системы уравнений по временной переменной, а на втором этапе – по пространственной.

Произведем аппроксимацию по временной переменной. Введем комплексную скорость  и первые два уравнения системы перепишем в следующем виде:



Аппроксимацию уравнения построим с помощью проекционного варианта интегро-интерполяционного метода (ПВИИМ) [4, 5]. Для этого умножим на произвольную тестовую функцию  и проинтегрируем по ячейке . Получим следующее интегральное тождество:



Тестовую функцию  выберем так, чтобы выполнялись следующие условия:



Такой выбор функции  позволит нам избавиться от главного интегрального слагаемого в левой части . Аппроксимируя остальные интегралы с использованием квадратурных формул и возвращаясь к интегральным скоростям *U* и *V*, получаем следующую систему уравнений:



где  и  – известные функции.

Далее выполним аппроксимацию по пространственной переменной. Рассмотрим произвольную прямоугольную сетку в области . Пусть  – произвольная ячейка данной сетки. Умножим первое уравнение системы на тестовую функцию , а второе уравнение – на тестовую функцию , результаты сложим и проинтегрируем по ячейке . В результате будет получено следующее интегральное тождество:



Тестовые функции  и  выберем, как решения системы уравнений



Такой выбор тестовых функций позволит нам избавиться от второго интеграла в левой части . Далее, аппроксимируя оставшиеся интегралы с использованием квадратурных формул, получаем разностную схему для численного определения интегральных составляющих *U* и *V*. Перед аппроксимацией интеграла в правой части , производится его интегрирование по частям, чтобы производные с функций *f* и *g* перебросить на функцию . Таким образом, мы избавляемся от процедуры численного дифференцирования функций *f* и *g*.

Для тестирования эффективности построенной разностной схемы было разработано программное приложение, которое вычисляло решения задачи - при следующих упрощающих предположениях [3]:

* рассматривается водоем прямоугольной формы с постоянной глубиной;
* компоненты касательного напряжения трения ветра заданы как аналитические функции специального вида;
* сила Кориолиса задана в виде линейной функции аргумента *y*.

Разработанная разностная схема сравнивалась со схемой работы [6]. Согласно результатам численных экспериментов, разработанная разностная схема оказалась точнее схемы работы [6].

Описанные выше результаты обсуждались на V Конгрессе математиков тюркского мира (Кыргызстан, Булан-Соготту, 5-7 июня, 2014) и были опубликованы в [7].

**Моделирование ветрового режима.** Для расчета интегральных составляющих горизонтальных компонент вектора скорости для озера Иссык-Куль необходимо знать ветровые режимы, действующие над акваторией озера. В работе [8] предложена типизация ветров озера Иссык-Куль, характеризующаяся наличием двух основных ветров, «улана» и «санташа», которые определяют крупномасштабную циркуляцию в озере. В соответствии с этой идеей, моделирование ветрового режима над озером предлагается основывать на следующих формулах:

для «улана» -





для «санташа» -





Здесь – длина озера,  – некоторые константы. Было разработано программное приложение, которое позволяет моделировать основные типы ветровых режимов, основанные на аналитических формулах -. С использованием разработанной программы были построены некоторые типичные для озера Иссык-Куль ветровые режимы. Например, на рисунке 1 приведен ветровой режим, который наиболее часто действует над озером [8]. Стрелки указывают направление ветра, а цветом обозначена скорость ветра, согласно шкале справа от графика. Построенные ветровые режимы будут использоваться при расчете баротропных составляющих вектора скорости для озера Иссык-Куль.

**Численные эксперименты**. Были проведены численные эксперименты, связанные с расчетом баротропных составляющих вектора скорости для озера Иссык-Куль. Расчеты проводились для типичных для озера Иссык-Куль ветровых режимов, описанных в [8]. На рисунке 2 приведена баротропная компонента, рассчитанная в начальный момент времени для ветрового режима, представленного на рисунке 1.

Рис 1. Ветровой режим озера Иссык-Куль.

Рис 2. Баротропная компонента для озера Иссык-Куль.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марчук Г.И., Саркисян А.С. Математическое моделирование циркуляции океана. – Москва: Наука, 1988. – 302 с.
2. Турдушев И.А. Ветровые течения в водоеме: анализ модели, точные решения / Современные техника и технологии в научных исследованиях: Материалы 6-ой международной конференции молодых ученых и студентов. 26-27 марта, 2014 г., г. Бишкек. / Под ред. Герман К.А., Мухамадеева В.А. – С. 139-144.
3. Турдушев И.А., Скляр С.Н. Аналитические решения для трехмерной модели ветровых течений в водоеме / Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений: Материалы второй международной юбилейной конференции, посвященной 20-летию образования Кыргызско-Российского Славянского Университета (КРСУ) им. первого президента Б.Н Ельцина и 100-летию профессора Якова Васильевича Быкова. Санаторий «Иссык-Куль Аврора»: 5-7 сентября 2013 года / Под общ. ред. проф. А.К. Керимбекова. – Бишкек: Изд-во Maxprint. Том 2. – С. 214-218.
4. Еремеев В.Н., Кочергин В.П., Кочергин С.В., Скляр С.Н. Математическое моделирование гидродинамики глубоководных бассейнов. – Севастополь: «ЭКОСИ-Гидрофизика», 2002. – 238 с.
5. Скляр С.Н. О дискретизации задач с пограничным слоем при помощи одного проекционного варианта метода интегральных тождеств. I. Несамосопряженное уравнение, первая краевая задача // Изв. АН Киргизской ССР. Физ.-техн. и матем. науки. – 1988. – № 4. – С. 10-23; II. Несамосопряженное уравнение, третья краевая задача // Там же, – 1989. – № I. – С. 3-10. III. Самосопряженное уравнение // Там же, – 1989. – № 4. – С. 3-11.
6. Skliar S.N., Rylov M.A. Computing of barotropic components of motion in problems of water circulation in reservoir. Study of the Issyk-Kul lake hydrodynamics with the use of isotopic methods, ISTC, Bishkek, Ilim, 2006, Part-II, P. 21-30.
7. Turdushev I., Skliar S. (2014) On calculation of integral parts of motion in the three-dimensional wind flows model. Abstracts of V Congress of the Turkic World Mathematicians (Kyrgyzstan, Bulan-Sogottu, 5-7 June, 2014) / Ed. A.Borubaev. Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society. – P. 257.
8. Ревякин В.И., Шабунин Г.Д. Типизация сильных ветров озера Иссык-Куль. – Фрунзе, 1988. – С. 79-87.